自由电子激光

朱雄伟
中国科学院高能物理研究所

Abstract

自由电子激光(FEL)是一种以高品质电子束在周期磁场中运动产生受激辐射来放大电磁辐射的强相干光源，它有低增益和高增益两种工作模式。本文讨论了自由电子激光的发展概况，给出了一维近似下低增益自由电子激光、高增益自由电子激光的的基本理论。主要讨论了高增益自由电子激光的实验装置。给出了自由电子激光装置的物理设计基本方法和设计思想。

Keywords:自由电子激光，加速器，高增益

1 引言

电磁波的开发极大地推动了人类物质文明、精神文明的进步。高增益X射线自由电子激光(XFEL)装置被认为是新一代光源的代表。XFEL是连续可调的高强度相干光源,它辐射的光脉冲具有超短的时间结构（可达飞秒量级），极高的峰值亮度、可工作在软X射线至硬X射线（100eV-100keV）状态。运动的带电粒子的辐射具有多样性。自由电子的自发辐射的机制主要有放射辐射，切伦科夫辐射，散射辐射，衍射辐射等。自发辐射是连续谱，属于非相干辐射。所谓相干就是一致性，相干包括时间相干性和空间相干性。将非相干辐射化为相干辐射的主要方法是将自发辐射化为相干辐射，相干辐射的功率远远大于自发辐射。基于自由电子的辐射装置-光源, 具有功率大, 频谱覆盖宽, 可调谐的特点. 有两种典型的光源装置, 同步辐射装置和自由电子激光装置. 同步辐射装置经历了一代, 二代, 三代, 是非相干辐射光源. 一代同步辐射装置是寄生在高能物理装置上兼用的同步辐射装置(20 世纪70 年代以来). 二代同步辐射装置是大量放入插入件的专用光源(20 世纪80 年代以来). 而三代同步辐射装置是优化的, 低发射度的专用的同步辐射光源(20 世纪90 年代以来).

从广义上来讲, 凡利用自由电子与电磁波相互作用产生的从微波到X 射线的受激辐射, 均被称为自由电子激光. 它可源于各种物理机制. 在特定含义上, 是指自由电子通过横向周期磁场产生的电磁波受激放大与振荡, 这就是我们通常所说的自由电子激光. 自由电子激光(FEL)是一种以高品质电子束在周期磁场中运动产生受激辐射来放大电磁辐射的强相干光源，它有低增益和高增益两种工作模式[1, 2]。低增益FEL装置是通过光学反射镜形成的光学谐振腔放大自发辐射来产生饱和增益的自由电子激光，即所谓的振荡器型FEL。高增益自由电子激光（包括无种子源的自放大自发辐射SASE和有种子源的高增益谐波放大HGHG两种基本类型）装置则不需要光学反射镜，可通过电子束对光信号的单程指数型增益放大来产生饱和增益的自由电子激光。由于短波长区域，无可用的光学反射镜，高增益模式经实验证实是目前唯一可以把自由电子激光推向紫外直至X射线能区的工作方式，因而成为了当前世界上自由电子激光领域的一个研究发展的热点.

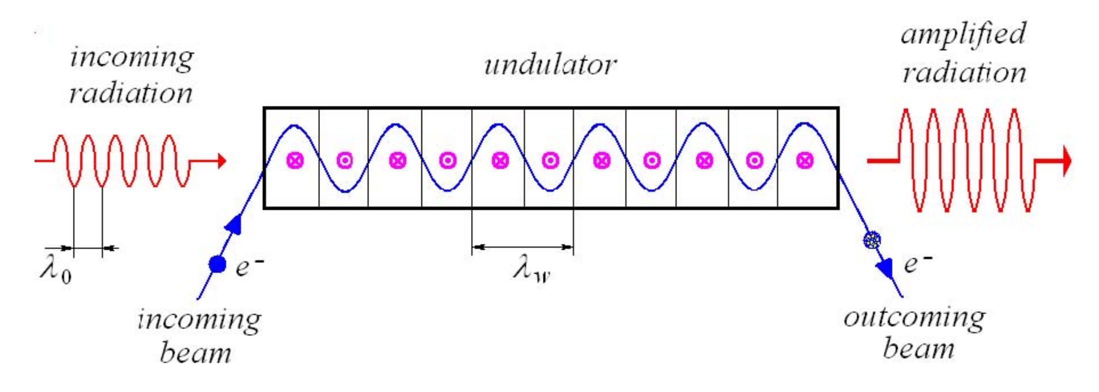


图1. FEL 原理图

FEL 的历史可以追溯到1951 年. 美国斯坦福大学的Motz 将电子束通过横向周期磁场, 观测到了亚毫米波的自发辐射, 这是自由电子激光的理论基础. 1976年John.Madey在SLAC验证了自由电子激光的原理，他们在一台自由电子激光放大器装置上测量到了10.6μm 的光增益. 1977年第一台振荡器型自由电子激光得到成功. 随着高亮度电子源的研究发展，光阴极微波电子枪在世界各大实验室的广泛使用，我们可以获得高品质的电子束流. 使得目前自由电子激光装置研究获得了巨大的成功. 人们相继提出了SASE, HGHG, EEHG等多种工作模式的自由电子激光装置. SASE自由电子激光属于放大器型自由电子激光, 它避免了使用谐振腔镜，种子激光来自电磁噪声，可以在一次通过波荡器后就能获得指数增长的辐射电磁场. 输出激光的中心波长通过谐振条件由电子束和波荡器参数所决定，需要足够长的波荡器才能获得饱和输出功率. SASE的优势在于输出波长具有很宽的可调谐范围，但由于每个输出脉冲源于自发辐射噪声，时间相干性不理想，涨落较大. HGHG（High-Gain Harmonic Generation）引入种子激光，

将波荡器分成调制段波荡器和辐射段波荡器两部分, 在调制段和辐射段加chicane 色散段. 调制段波荡器的谐振波长与种子激光波长相同，为辐射段波荡器谐振波长的整数倍。电子束在调制段中与种子激光相互作用，电子束被激光场调制。经过色散段后，电子束能量调制转化为种子激光波长尺度上的密度调制。输出电子束包含丰富的高次谐波分量，进入辐射段波荡器后，满足谐振条件的谐波分量发生相干辐射并被放大，得到高功率的输出。输出激光的频率是输入种子激光频率的倍数. 从而获得短波长的激光辐射输出. 通过多级HGHG过程，可以获得短波长X射线激光输出。HGHG可以实现很好的时间和空间相干性，具有很好的稳定性、更窄的带宽. EEHG是回声放大型自由电子激光. 它的基本思想是在HGHG的基础上引入两节调制段, 色散段, 两个种子激光, 利用回声效应,在辐射段获得很高倍频次数的辐射激光输出. 而HGHG的倍频次数不高. 同时具有HGHG的特性.自由电子激光的关键技术有高亮度的电子枪, 束团压缩技术, 超长高精度波荡器, 飞秒束团测量技术, 高精度的相位控制系统等.

2 自由电子激光基本原理

自由电子激光的物理理论非常复杂，涉及大量的数学运算。自由电子激光的三维理论太复杂，一维理论相对简单一些，以下我们在一维近似下讨论自由电子激光的低增益状态、高增益状态的基本理论。

2.1 低增益状态

自由电子激光最早是从小信号低增益振荡型自由电子激光发展起来的。在低增益无须考虑波场（或电场）的变化方程，假定随电子向前运动的电磁波的电场为

$$E = \hat{x}E_0 cos(kz - \omega t + \theta_0), \omega = ck = \frac{2\pi c}{\lambda}. \tag{1}$$

那么，电子与电场之间的能量交换率为

$$mc^2\frac{d\gamma}{dt} = \frac{eE_0Kc}{\gamma}cos(k_u z)cos(kz - \omega t + \theta_0), \tag{2}$$

式中K为波荡器强度，k_u为波荡器波数, γ , 为电子的相对论因子。忽略非共振项，上式近似为

$$mc^2\frac{d\gamma}{dt} = \frac{eE_0Kc}{2\gamma}cos((k + k_u)z - \omega t + \theta_0) \tag{3}$$

假定$\theta = (k + k_u)z - \omega t + \theta_0$为相位，那么相位的变化率为

$$\frac{d\theta}{dt} = (k + k_u)v_z - kc \tag{4}$$

以上两式为小信号自由电子激光最原始的基本方程。引入变量$\eta = \frac{\gamma-\gamma_r}{\gamma_r}$, 假定自由电子激光的电磁辐射波长$\lambda$, γ_r 满足以下共振条件

$$\frac{\lambda}{\lambda_u} = \frac{1+K^2/2}{2\gamma_r} \tag{5}$$

式中K 为无量纲的波荡器强度，$K = \frac{eB_0}{mck_u}$ 经过一系列的近似与代数运算, 小信号自由电子激光的基本工作方程为

$$\frac{d\theta}{dz} = 2k_u\eta \tag{6}$$

$$\frac{d\eta}{dz} = -\epsilon sin(\theta) \tag{7}$$

上式中$\epsilon = \frac{eE_0K[JJ]}{2mc^2\gamma_r}$, $[JJ]$ 为Jacobian参数,

$$[JJ] = J_0(\frac{K^2}{4+2K^2}) - J_1(\frac{K^2}{4+2K^2}) \tag{8}$$

以ϵ 为小参量，将θ, η 展开为

$$\theta(z) = \theta_0(z) + \epsilon\theta_1(z) + \epsilon^2\theta_2(z) + \cdots \tag{9}$$

$$\eta(z) = \eta_0(z) + \epsilon\eta_1(z) + \epsilon^2\eta_2(z) + \cdots \tag{10}$$

运用摄动法可得零阶方程组为

$$\frac{d\theta_0}{dz} = 2k_u\eta_0, \tag{11}$$

$$\frac{d\eta_0}{dz} = 0. \tag{12}$$

一阶方程组为

$$\frac{d\theta_1}{dz} = 2k_u\eta_1, \tag{13}$$

$$\frac{d\eta_1}{dz} = -sin\theta_0. \tag{14}$$

运用以上方程可以求得二阶电子能量变化为

$$< \Delta\eta >= \frac{e^2E_0^2K^2[JJ]^2}{4\gamma_r^4m^2c^4}\frac{k_uL_u^3}{4}g(x) \tag{15}$$

L_u 为波荡器长度，$g(x)$ 为

$$g(x) = \frac{d}{dx}(\frac{sinx}{x})^2, \tag{16}$$

式中$x = k_u\eta_0L_u$. $g(x)$的典型曲线如下

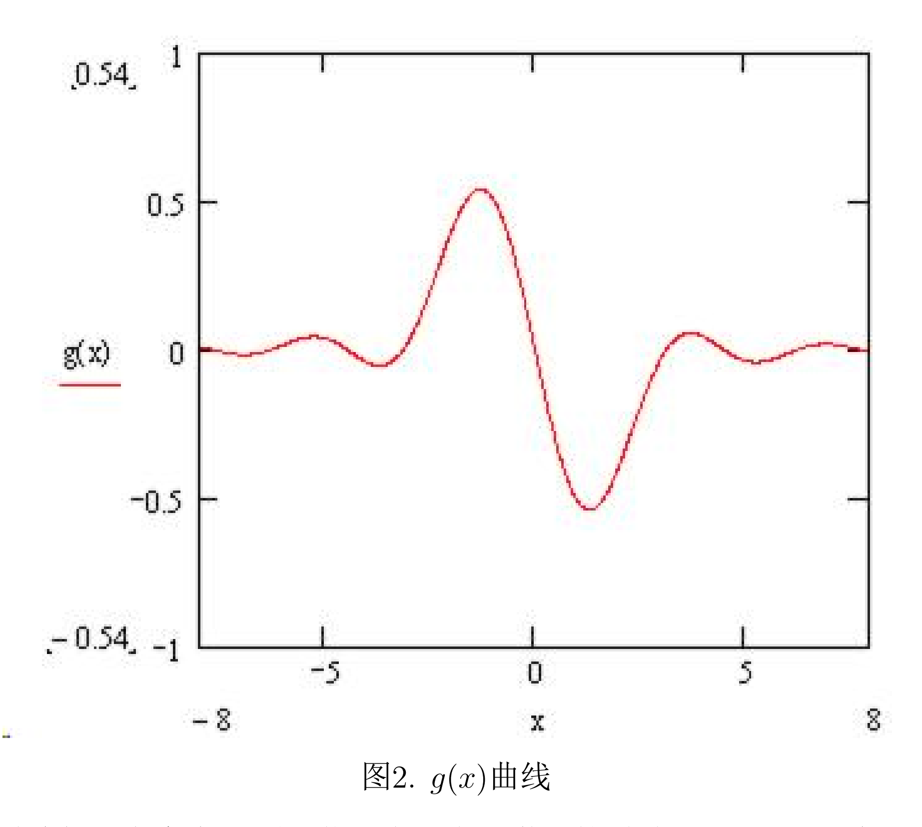


图2. $g(x)$曲线

辐射电磁波能量密度为u, 则小信号自由电子激光的增益$G=-\Delta u/u$ 为

$$G=-4\sqrt{2}\pi^2\frac{I}{I_A}\frac{K^2[JJ]^2}{2(1+K^2/2)^{3/2}}2N_u^2\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_u}}g(x). \tag{17}$$

式中$I_A=17kA$ 为阿尔文电流，N_u 为波荡器周期数。

2.2 高增益状态

在高增益状态，电子束通过波荡器时，波场的变化很大，所以波场不再认定为常数，我们需要求解电磁场的方程，关于横向电场的波动方程为

$$(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial^2 t}-\frac{\partial^2}{\partial^2 z}-\nabla_\perp^2)E_x=-\frac{1}{\epsilon_0 c^2}(\frac{\partial J_x}{\partial t}+c^2\frac{\partial\rho_e}{\partial x}), \tag{18}$$

式中ϵ_0 是真空的介电常数，ρ_e 是电子束的电荷密度，J_x是横向电流密度，在拉格朗日体系中其表达式为

$$J_x=ecKcos(k_u z)\sum_{j=1}^{N_e}\frac{1}{\gamma_j}\delta(x-x_j(t))\delta(z-z_j(t)), \tag{19}$$

在波动方程中去掉非共振项，采用时域的slice平均，关于横向电场的波动方程可近似为

$$(\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\nabla_\perp^2}{2ik})\tilde{E}=-\chi_2<e^{-i\theta_j}>_\triangle \tag{20}$$

式中$\tilde{E}$ 为E_x 的展开，$E_x = \tilde{E}e^{i(kz-\omega t)} + CC$, $\theta_j = (k+k_u)z - c\bar{t_j}$ 为电子束团中jth电子的有质动力相位，并且

$$\chi_2 = \frac{eK[JJ]}{4\epsilon_0\gamma} n_e(z - \bar{v}_z t, x). \tag{21}$$

$< \cdots >_\triangle$ 为slice平均。引入变量$\theta = (k+k_u)(z-\bar{v}_z)$, 作坐标变换$(z,t) \to (z,\theta)$, 则有微分算子变换

$$\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} + k_u \frac{\partial}{\partial \theta}. \tag{22}$$

那么场方程（波动方程）变为

$$(\frac{\partial}{\partial z} + k_u \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\nabla_\perp^2}{2ik})\tilde{E} = \chi_2 < e^{i\theta_j} >_\triangle, \tag{23}$$

其次，纵向相空间(θ, η)的摆方程为

$$\frac{d\theta}{dz} = 2k_u\eta \tag{24}$$

$$\frac{d\eta}{dz} = \chi_1(\tilde{E}e^{i\theta} + c.c.) \tag{25}$$

式中$\chi_1 = \frac{eK[JJ]}{2\gamma_0^2 mc^2}$. 摆方程和场方程共同构成高增益自由电子激光的基本方程组。而低增益自由电子激光无需求解场方程。

引入无量纲的皮尔斯参数ρ

$$\rho = (\frac{\chi_1\chi_2}{(2k_u)^2})^{1/3} = (\frac{e^2K^2[JJ]^2 n_e}{32\epsilon_0\gamma_0^3 mc^2 k_u^2})^{1/3}, \tag{26}$$

皮尔斯参数是自由电子激光的一个重要的参数。引入归一化变量$\bar{z} = 2k_u\rho z, \bar{\eta} = \eta/\rho, \tilde{a} = \frac{\chi_1}{2k_u\rho^2}\tilde{E}$, 从而自由电子激光的粒子运动方程和场方程变为

$$\frac{d\theta}{d\bar{z}} = \bar{\eta} \tag{27}$$

$$\frac{d\bar{\eta}}{d\bar{z}} = \tilde{a}e^{i\theta} + c.c. \tag{28}$$

$$(\frac{\partial}{\partial \bar{z}} + \frac{1}{2\rho}\frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\nabla_\perp^2}{4ik_u k\rho})\tilde{a} =< e^{-i\theta_j} >_\triangle . \tag{29}$$

在一维近似下，同时假定电子束团中电子数为N_e, 那么自由电子激光完整的方程组为

$$\frac{d\theta_j}{d\bar{z}} = \bar{\eta}_j, \tag{30}$$

$$\frac{d\bar{\eta}_j}{d\bar{z}} = \tilde{a}e^{i\theta_j} + c.c., \tag{31}$$

$$\frac{d\tilde{a}}{d\bar{z}} = -< e^{-i\theta_j} >_\triangle. \tag{32}$$

共有$2N_e+1$ 个方程。定义变量$b=< e^{-i\theta_j} >_\triangle, P=< \bar{\eta}_j e^{-i\theta_j} >_\triangle$, 那么自由电子激光的方程组化为

$$\frac{d\tilde{a}}{d\bar{z}}=-b, \tag{33}$$

$$\frac{db}{d\bar{z}}=-iP, \tag{34}$$

$$\frac{dP}{d\bar{z}}=\tilde{a}. \tag{35}$$

最终，场方程近似化为

$$\frac{d^3\tilde{a}}{d\bar{z}^3}=i\tilde{a}, \tag{36}$$

上式的特征方程为

$$\mu^3=1. \tag{37}$$

特征值为

$$\mu_1=1, \mu_2=\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}, \mu_3=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}. \tag{38}$$

去掉振荡项、衰减项，保留指数增长项，场方程的解可近似为

$$\tilde{a}(\bar{z})=\frac{1}{3}(\tilde{a}(0)-i\frac{b(0)}{\mu_3}-iP(0)\mu_3)e^{-i\mu_3\bar{z}}. \tag{39}$$

从上式可见，辐射场呈指数增长，$\tilde{a}(0), b(0), P(0)$ 为初始值，它可以来自种子波，也可以来自噪声，分别对应有种子自由电子激光、无种子自由电子激光。无种子自由电子激光即为SASE自由电子激光，即所谓的自辐射自放大自由电子激光。HGHG、EEHG介于有种子自由电子激光与无种子自由电子激光之间，它们是有种子自由电子激光与无种子自由电子激光的组合。

图是SASE输出功率随距离的饱和曲线，在起始阶段随距离线形增长，然后到达指数增长阶段，随后达到非线性饱和阶段，输出功率不再增长。

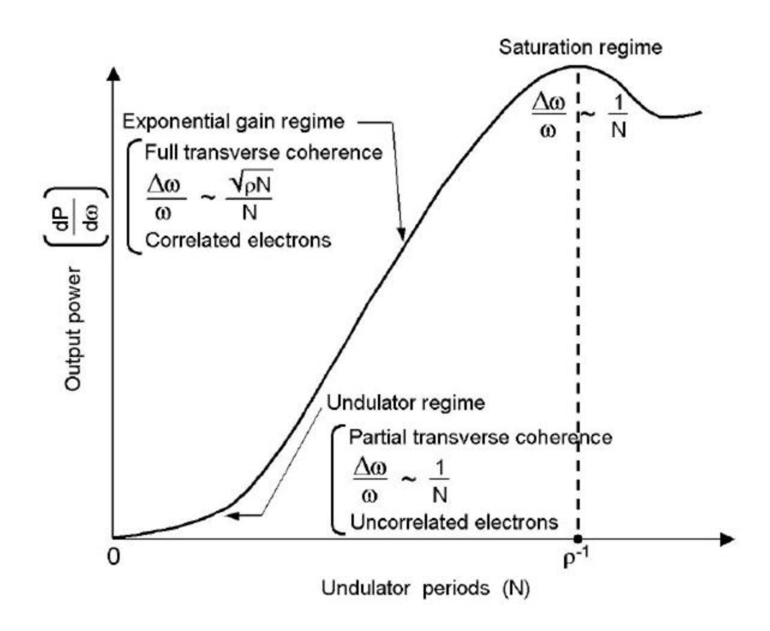


图3. SASE输出功率饱和曲线

皮而斯参数ρ是高增益自由电子激光的重要表征参数，它反映了高增益自由电子激光的一些性能：

- 饱和功率$P_{sat} \sim \rho P_{beam}$，
- 饱和长度$L_{sat} \sim \lambda_u/\rho$，
- 增益长度$L_g \approx \lambda_u/4\pi\sqrt{3}\rho$，
- 频谱宽度$\triangle\omega/\omega \sim \rho$。

3 自由电子激光装置的典型结构

X射线高增益FEL的投资规模和技术难度很大，国际上X射线高增益FEL装置相关的重大关键技术如，光阴极微波电子枪、高性能电子直线加速器、束团磁压缩系统、高精度超长波荡器、束流及光子束的测量与校正系统和束线光学实验技术等均为尖端技术。自由电子激光由电子直线加速器所驱动。目前主要有超导电子直线加速器(L-band)、S-band电子直线加速器、C-band电子直线加速器、X-band电子直线加速器。

自由电子激光装置的典型结构如下图, 装置由光阴极微波电子枪, 直线加速器, 束团压缩器, 波荡器所组成。

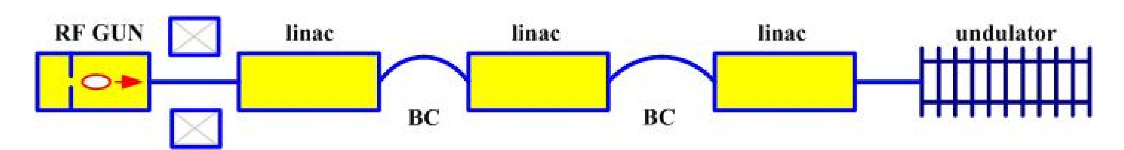


图4. 自由电子激光装置的典型结构

自由激光装置涉及一些关键技术，主要有:

1. 光阴极微波电子枪

   高亮度电子束的产生和传输，是一台自由电子激光装置成功的关键。为获得高亮度的电子束团，人们一直在不断地进行着探索。目前，世界各大加速器实验室通常采用光阴极微波电子枪、直流光阴极电子枪、甚低频高重复频率微波电子枪等。

   自由电子激光驱动加速器的电子束的归一化发射度主要取决于电子枪或电子源的电子束发射度，BNL 型1.6腔光阴极电子枪的归一化发射度约为$1nC, 1mmmrad$, 而LBNL 型VHF 光阴极电子枪的发射度约为$1nC, 0.1mmmard$, 提高了约一个数量级。所以自由电子激光装置驱动加速器的归一化发射度可以达到$1nC, 0.1mmmard$。

2. 常温、超导电子直线加速器

   高增益、短波长自由电子激光需要高品质的高能电子束流，因此需要高能电子直线加速器。电子直线加速器有常温、低温（超导）加速器两种。常温驱动加速器有S-band (频率2856MHz)、C-band (频率5712MHz)、X-band(频率11.4GHz)加速器，属于脉冲型加速器和自由电子激光，重复频率在几十的水平上。目前普遍采用的超导电子直线加速器为L-band (频率1300MHz)，加速结构为9 cell 钟型超导腔，重复频率可以达到MHz水平。

3. 束团磁压缩系统

   在光阴极微波电子枪出口处的电子束峰值电流仅为百安培。需要通过束团压缩获得高峰值电流、低发射度的电子束团。可在电子直线加速器上安装两级4 dipole的磁压缩系统.电子束横向消色散而纵向压缩.同时克服单级磁压缩系统对相位抖动的敏感性. 在第一级磁压缩系统前, 安装高次谐波加速结构进行线性补偿, 去掉二阶效应所带来的影响。研制束团磁压缩系统的另一个难点是需要克服尾场和相干同步辐射等带来的发射度增长。下图为束团磁压缩的原理示意图

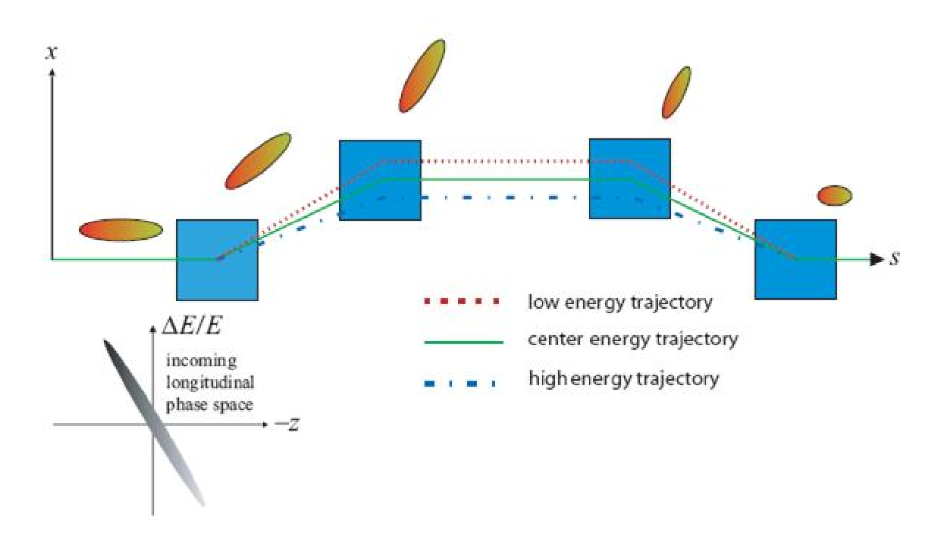


图5. 束团压缩示意图

电子束团进入压缩器之前，束团头部的电子相对于尾部的电子能量较低。在压缩器中，能量较低的电子偏转相对较大，因此经过的路程较长。而能量较大的电子偏转较小，因此走过的路程较短。这样尾部的电子能够追上头部的电子，从而，束团长度得到压缩。束团压缩有欠压缩、过压缩两种情况。

4. 波荡器和扭摆器

波荡器和扭摆器是耦合电子束与辐射X射线以形成电子束在X射线波长上群聚从而产生受激辐射的关键装置。波荡器/扭摆器强度K为

$$K = eB_0/mck_u = 0.94B_0[T]\lambda_u[cm]. \tag{40}$$

K/γ反映了电子在波荡器中偏角。按K值大小波荡器分为

- 波荡器$K \sim 1$.
- 扭摆器$K \gg 1$.

波荡器分真空外、真空内两种类型的波荡器。下图为一个真空外波荡器的实体图。

为了达到饱和功率，在波荡器内，始终维持电子束轴、光轴和波荡器磁轴的三轴重合，使电子束和辐射射线束始终重叠。波荡器误差会导致FEL的增益长度增加、饱和功率下降。波荡器误差通常包括以下几方面：磁性材料性能偏差、磁场峰值误差、电子轨迹偏移、段内和段间相位误差等。上述误差所引起的谱加宽不明显降低自由电子激光增益。

4 自由电子激光装置的设计

4.1 光阴极注入器

在电子枪中，电子是由阴极发射的。阴极电子发射机制有场致发射、热发射、光致发射等。常规的直流高压电子枪采用热阴极发射。强流二极管采用场致发射。而光阴极电子枪采用光致发射。较之直流高压电子枪，光阴极电子枪是先进一代的电子枪。它采用光电效应发射电子，它产生的电子束团可达皮秒、飞秒、阿秒量级。在光阴极电子枪中，电子在电子枪出口已经达到了相对论状态，不需要在进行相运动来聚束电子束团。

光阴极微波电子枪主要由激光驱动系统、驻波腔体、补偿线圈所构成。光阴极安放在驻波腔体端面上，由激光驱动系统提供的激光照射因为光电效应发射电子。补偿线圈磁铁完成腔体出来的电子束的相空间的反转，使得电子束的发射度达到最低值。所以，光阴极注入器的设计主要须设计电子枪腔体、激光驱动系统、补偿线圈，另外也需要选取设计光阴极材料。

4.2 主加速器

为了获得波荡器所需要的高峰值电流、小能散的电子束团，束团须由磁压缩器完成压缩,即在直线加速器中引入由四块二极铁组成的磁压缩器(chicane), 磁压缩器的位置与空间安排使得在压缩和加速过程中由纵向尾场、RF曲率、二阶动量压缩等引起的非线性大部抵消掉，经最后一级压缩后的相关能散须由纵向尾场补偿和RF补偿抵消掉，磁压缩器的设计应减轻相干、非相干同步辐射引起的发射度增长。在磁压缩器中粒子所走路径依赖于粒子能量从而使得束团得到压缩.经压缩后束团rms长度、rms能散与初始rms长度、rms能散的关系为

$$\sigma_z = \sqrt{(1 + k \cdot R_{56})^2 + R_{56}^2 \cdot \sigma_\delta^2} \approx |1 + k \cdot R_{56}|\sigma_z, \tag{41}$$

$$\sigma_\delta = \sqrt{k^2\sigma_z^2 + \sigma_\delta^2} \approx |k|\sigma_z, \tag{42}$$

$$k(\varphi_0, \triangle\varphi) = -\frac{2\pi}{\lambda}(1 - \frac{E_{i0}}{E_{f0}})\frac{\sin(\varphi_0 + \triangle\varphi)}{\cos(\varphi_0)}. \tag{43}$$

式中λ 为射频波波长, φ_0 为加速相位误差, E_{i0}, E_{f0} 为束团中心在加速段入口,出口处的能量. R_{56} 为磁压缩器的动量压缩因子, 其近似表达式为

$$R_{56} = -2\theta^2(\triangle L + \frac{2L_B}{3}), \tag{44}$$

式中θ 为粒子偏转角, L_B 为二极铁长度, $\triangle L$ 为第一块第二块二极铁之间的距离. 在压缩器中由非相干同步辐射(ISR)所引起的归一化发射度增长为

$$\triangle\gamma\varepsilon_x = 8.0\times10^{-8}E^6(\triangle L + L_B + \frac{\beta_{max}+\beta_{min}}{3}), \tag{45}$$

β_{max}, β_{min}为最大、最小β 函数. ISR主要作用在高能情形. 在chicane中由相干同步辐射(CSR)所引起的发射度增长为

$$\frac{\triangle\varepsilon}{\varepsilon} \propto \frac{r_e^2N^2}{\varepsilon_N\gamma}(\frac{\theta^{10}L_B^5}{\sigma_z^8})^{\frac{1}{3}}, \tag{46}$$

式中r_e 为电子经典半径, ε_N为归一化发射度, N 为束团中电子数. 对于单级束团压缩, 压缩后束团长度变化对相位误差过于敏感. 另外, 单级束团压缩受空间位置、非线性限制. 光阴极微波电子枪产生长度10 ps(FWHM)、1 nC的束团须压缩到1.6 ps(FWHM),从而束团峰值电流达到600 A, 单级束团压缩难以完成如此的压缩。压缩由二级磁压缩器完成，二级磁压缩系统能降低压缩对相位抖动的敏感性一个数量级。对于二级磁压缩系统, 束团经过第一节直线加速器,能量从E_0 加速到E_1 （加速相位φ_1 , 第一级磁压缩器动量压缩因子$R_{56} = \alpha_1$, 经过第二节直线加速器束团能量从E_1 加速到E_2 （加速相位φ_2), 第二级磁压缩器动量压缩因子$R_{56} = \alpha_2$, 经过两级压缩后束团长度、能散与初始束团长度、能散之间的关系近似为

$$\sigma_{z_2} = \sqrt{((1+\alpha_1k_1)(1+\alpha_2k_2)+\alpha_2k_1E_1/E_2)^2\sigma_{z_0}^2 + (\alpha_1(1+\alpha_2k_2)E_0/E_1+\alpha_2E_0/E_2)^2\sigma_{\delta_0}^2}, \tag{47}$$

$$\sigma_{\delta_2} = \sqrt{(k_2(1+\alpha_1k_1)^2 + k_1E_1/E_2)^2\sigma_{z_0}^2 + (\alpha_1k_2E_0/E_1 + E_0/E_2)^2\sigma_{\delta_0}^2}. \tag{48}$$

式中k_1 是第一节直线加速器始末能量、加速相位的函数，与单节单级束团压缩系统相同，k_2为

$$k_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}(1-\frac{E_1}{E_2})\frac{\sin(\varphi_2 + (1+\alpha_1k_1)\triangle\varphi_1 + \triangle\varphi_2)}{\cos\varphi_2}, \tag{49}$$

$\triangle\varphi_1, \triangle\varphi_2$为第一、第二节加速器的相位抖动. 运用以上线性关系可以简单地寻找磁压缩器的设计参数.

为了达到自由电子激光驱动所要求的束流参数, 需要选择加速器各段参数以达到正确的加速、压缩、加速器出口发射度,能散，可以改变的参量有

1. 一级、二级压缩器的强度R_{56}，

2. L1、L2、L3的加速相位，

3. 压缩器的能量(位置).

为了改善压缩特性, 线性化束团的能量时间相干特性, 一段短的谐波加速加速结构，加在第一级压缩器之前，其谐波射频频率为加速结构工作频率的倍数，用来补偿L1上所产生的RF非线性。

4.3 输运线(switchyard)

输运线的功能是传输电子束团从主加速器到波荡器部分, 完成以下功能：

1. 消除来自linac的dark current, 完成偏转以引出束流, 实现多条自由电子激光束线。

2. 引入二极铁用作束流诊断,没有大的发射度增长(CSR).

3. 不改变束团长度(准等时, R56=0).

4. 调节beta函数完成undulator-input匹配.

4.4 自由电子激光设计

自由电子激光的工作模式主要有SASE, HGHG, EEHG三种工作模式。

4.4.1 SASE 自由电子激光

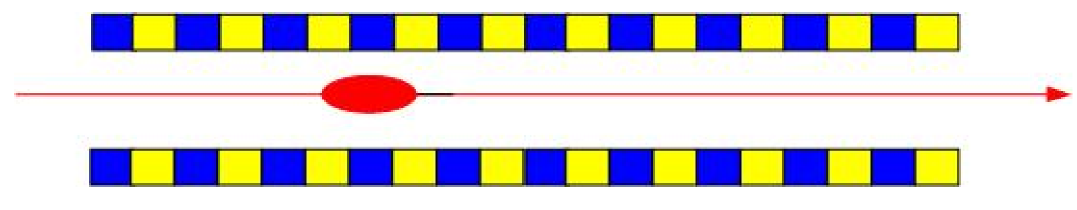


图6. SASE的典型结构

上图为SASE模式最基本的结构，也有增强型ESASE，双色(two colours)等其他变化，不一而足。在SASE的设计中有Ming Xie发展的解析拟合公式，能够估算自由电子激光的饱和长度、饱和功率、增益长度。在Ming Xie's 公式中，增益长度修正为

$$L_G = L_{G0}(1 + \Lambda), \tag{50}$$

式中L_{G0}为一维功率增益长度，修正参数Λ考虑了能散、发射度、衍射等因素。Λ 的表达式为

$$\Lambda = a_1\eta_d^{a2} + a_3\eta_\epsilon^{a4} + a_5\eta_\gamma^{a6} + a_7\eta_\epsilon^{a8}\eta_\gamma^{a9} + a_{10}\eta_d^{a11}\eta_\gamma^{a12} + a_{13}\eta_d^{a14}\eta_\epsilon^{a15} + a_{16}\eta_d^{a17}\eta_\epsilon^{a18}\eta_\gamma^{a19} \quad (51)$$

上式中的归一化参数为

- $\eta_d = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma_x^2}$ ，衍射参数。
- $\eta_\epsilon = \frac{2}{\sqrt{3}}k_\beta^2\sigma_x^2$, 角分布参数。
- $\eta_\gamma = \frac{\sigma_\eta}{\sqrt{3}}$, 能散参数。

拟合公式中的耦合系数为

$$a_1 = 0.45, a_2 = 0.57, a_3 = 0.55, a_4 = 1.6, a_5 = 3, \quad (52)$$

$$a_6 = 2, a_7 = 0.35, a_8 = 2.9, a_9 = 2.4, a_{10} = 51, \quad (53)$$

$$a_{11} = 0.95, a_{12} = 3, a_{13} = 5.4, a_{14} = 0.7, a_{15} = 1.9, \quad (54)$$

$$a_{16} = 1140, a_{17} = 2.2, a_{18} = 2.9, a_{19} = 3.2. \quad (55)$$

饱和功率估算为

$$P_{sat} = \frac{1.6}{(1+\Lambda}^{2})\rho P_{beam}, \quad (56)$$

式中$P_{beam} = E_e(GeV)I(kA)$. 另外，还有饱和长度的估算公式。Ming Xie's 的估算公式在SASE自由电子激光设计中广泛用到。

4.4.2 HGHG自由电子激光

HGHG的典型机构如下图.

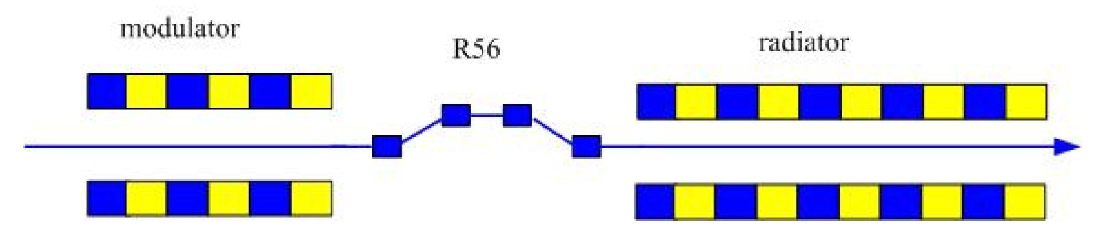


图7. HGHG的典型结构

HGHG模式自由电子激光的基本结构由调制段、色散段、辐射段所组成。调制段较短，有波长较大的种子激光（我们没有短波长的种子激光），在调制段电子束发生

能量调制，然后在色散段转换为密度调制。经过密度调制的电子束在辐射段发生类似SASE的辐射过程，而且辐射的共振波长在调制段种子激光的谐波上。电子束在调制段获得的能量调制为

$$\triangle\gamma = \frac{k_1 a_{u1} a_1 [JJ]_1 z_1}{\gamma_0} \tag{57}$$

式中a_{u1}, a_1分别为调制段归一化的波荡器磁场强度，归一化的种子激光强度。$[JJ]_1$为调制段Jacobian参数。总色散强度为

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma} = n\frac{k_{u1}}{\gamma}z_1 + (\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma})_{disp} + \frac{2k_{u2}}{\gamma}z_2 \tag{58}$$

n是谐波次数，群聚因子为

$$b_n = e^{-((\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma})\sigma_\gamma)^2/2} J_n(\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma}\triangle\gamma) \tag{59}$$

这是对n次谐波的群聚因子，n越大，群聚因子越小。所以我们可以采取多级HGHG级联的工作模式，从而获得较大倍数的谐波产生。

4.4.3 EEHG 自由电子激光

EEHG的典型机构如下图.

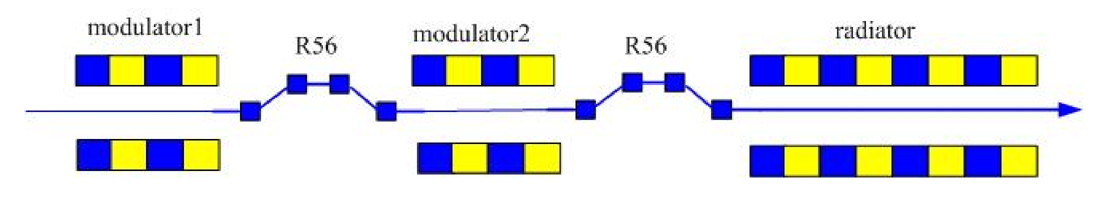


图8. EEHG的典型结构

EEHG (echo enabled harmonic generation)的基本原理来自于等离子体物理学中的回声实验，它由两级的调制段，两级的色散段，最后加上辐射段所组成。EEHG谐波的倍频次数可以很高。它是目前研究的很多的达到短波长自由电子激光的工作模式。

5 结束语

本文讨论了自由电子激光的发展概况，给出了一维近似下低增益自由电子激光、高增益自由电子激光的的基本理论。主要讨论了高增益自由电子激光的实验装置。给出了自由电子激光装置的物理设计基本方法和设计思想。

References

[1] E.L.Saldin, et.al., The Physics of Free Electron Lasers, Springer (1999).

[2] G.Dattoli, et.al., Lectures on the Free Electron Laser Theory and Related Topics, World Scientific, 1993

[3] Fifth general accelerator physics course, CERN Accelerator School,1994.

[4] Fifth advanced accelerator physics course, CERN Accelerator School,1995.

[5] 刘盛纲，相对论电子学，科学出版社。

[6] 谢文楷，带电粒子束的理论与设计，科学出版社。

[7] 杨中海，自由电子激光在生物医学与材料医学中的应用，电子科技大学出版社。

[8] 熊缨译，中井贞雄编著，激光工程-原理与应用，科学出版社。

[9] 许景周，张希成，太赫兹科学技术和应用，北京大学出版社。

[10] J.Madey, J.Appl.Phys., 42, 1906, 1971.

[11] LCLS Concept Design Report, SLAC, 2001

[12] TESLA technical design report, TESLA 2001-23, DESY.

[13] Z.Huang, K.J.Kim, Review of x-ray free electron laser theory, PRST-AB, 10, 034801, 2007.

[14] Z.Huang, X-Ray FEL R & D: Brighter, Better, Cheaper, FEL 2015.

[15] K.J.Kim, Z.Huang, Introduction to the physics of Free Electron lasers, 2003.

[16] M.Xie, NIM A, 475, 51, 2001.

[17] M.Xie, PAC 1995, p.183, 1995.

[18] T.Boyd, J.Sanderson, The Physics of Plasmas, Cambridge University Press, 2003.

[19] 胡希伟，等离子体理论基础，北京大学出版社。

[20] Zhu Xiongwei, Ion Acoustic Wave Pumped Free Electron Laser, Chinese Physics Letter, Vol.14, No.3, 176 (1997).

[21] 朱雄伟等, 第四代光源-相干光源, 现代物理知识, 2009.

Free Electron Laser

Zhu Xiong-Wei
Institue of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences

Abstract

In this paper, we discuss the developing history and the present status of Free Electron Laser. Under the one dimension approximation, the basic theory for the low gain and the high gain free electron laser are given. Further, we discuss the typical facility of the high gain free electron laser, and give the basic physical design method and the design philosophy.

Keywords: Free Electron Laser, Accelerator, High gain